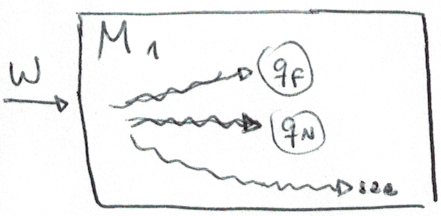
P6 $U = \{ (\underbrace{c(M)}, w) \mid M \text{ se detiene con } w \}$

↳ codificación de máquina M

PD: U es RE-hard, bajo $\leq_m^p$

$\Rightarrow$ PD: $\forall L$, $L \in RE$ se cumple $L \leq_m^p U$ (L se puede reducir a U)

- Sea $L_1 \in RE$ arbitrario
- Se sabe que existe máquina M_1 (determinista) tq $L_1 = \mathcal{L}(M_1)$ (No necesariamente se detiene)
- M_1 se ve de la sig. forma:

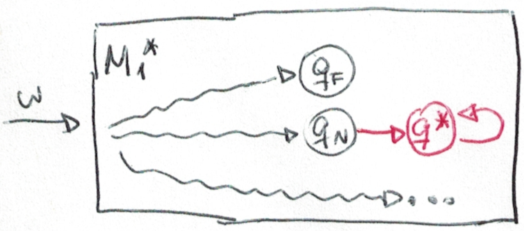


Para input w hay 3 opciones:

1) termina en algún $q_F \in F$ $\Rightarrow$ acepta w
2) termina en algún $q_N \notin F$ $\Rightarrow$ rechaza w
3) No termina nunca (y no acepta w)

(q_N, q_F estados; F conjunto de estados finales)

- Se construye M_1^* en base a M_1:



(q_N son estados que no tienen transición definida y $q_N \notin F$)

- Estados finales F se mantienen (y transiciones también)
- Se agrega estado $q^* \notin F$
- Desde cada q_N se agrega transición a q^*
- q^* solo tiene transición hacia sí mismo $\Rightarrow$ queda en loop infinito.

- Sea la función $f_1: \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$

$$f_1(w) = (\underbrace{c(M_1^*)}_{\text{codificación de } M_1^*}, w)$$

- f es computable en tiempo polinomial, es concatenar string $\overbrace{c(M_1^*)}^{\text{"hardcodeado"}}$ con w

$\Rightarrow$ PD: $w \in L_1$ ssi $f_1(w) \in U$

($\Rightarrow$) PD: Si $w \in L_1$, entonces $f_1(w) \in U$

- Si $w \in L_1$

$\Leftrightarrow$ M_1 acepta w (pq $L_1 = \mathcal{L}(M_1)$)

$\Leftrightarrow$ M_1^* se detiene con w (por construcción de M_1^*)

$\Rightarrow (c(M_1^*), w) \in U \Rightarrow \underline{f_1(w) \in U}$ |

($\Leftarrow$) PD: Si $f_1(w) = (c(M_1^*), w) \in U$, entonces $w \in L_1$

- $f_1(w) \in U$

$\Rightarrow$ M_1^* se detiene con w (definición de U)

$\Rightarrow$ M_1 acepta w (construcción de M_1^*)

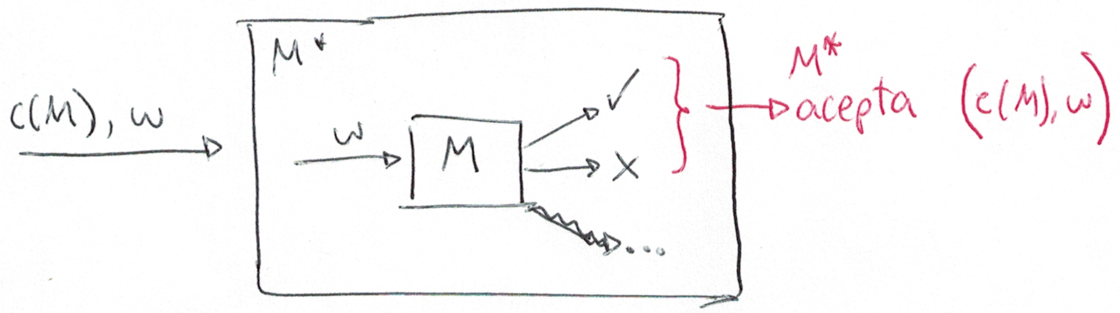
$\Rightarrow \underline{w \in L}$ |

P6-bonus

$U = \{ (c(M), w) \mid M \text{ se detiene con } w \}$

PD: $U \in RE$

- construir M^*:



- $U = \mathcal{L}(M^*)$, M^* no necesariamente se detiene

$\Rightarrow$ $U \in RE$