Fecha / Date:

P1 Demuestre que $\mathrm{PTIME}^{NP \cap co\text{-}NP} = NP \cap co\text{-}NP$

1) p.d. $NP \cap co\text{-}NP \subseteq \mathrm{PTIME}^{NP \cap co\text{-}NP}$

Este caso es trivial. Si $A \in NP \cap co\text{-}NP$, entonces podemos usar A mismo como oráculo para aceptar A en un paso (lo cual es polinomial)
$\Rightarrow A \in \mathrm{PTIME}^{NP \cap co\text{-}NP}$

2) p.d. $\mathrm{PTIME}^{NP \cap co\text{-}NP} \subseteq NP \cap co\text{-}NP$

Sea $L \in \mathrm{PTIME}^{NP \cap co\text{-}NP}$
p.d (i) $L \in NP$ y (ii) $L \in co\text{-}NP$

Como $L \in \mathrm{PTIME}^{NP \cap co\text{-}NP}$, existe una máquina M^A determinista con oráculo $A \in NP \cap co\text{-}NP$, y M^A corre en $O(n^k)$.

<u>IDEA</u>: vamos a tomar M^A, y cada vez que se use el oráculo A, lo vamos a reemplazar por una <u>subrutina</u> <u>équivalente</u> $\in NP$.

Como $A \in NP \cap co\text{-}NP \Rightarrow A \in NP$ y $A \in co\text{-}NP$

Entonces existen máquinas no-deterministas de complejidad polinomial M_1 y M_2 tales que:

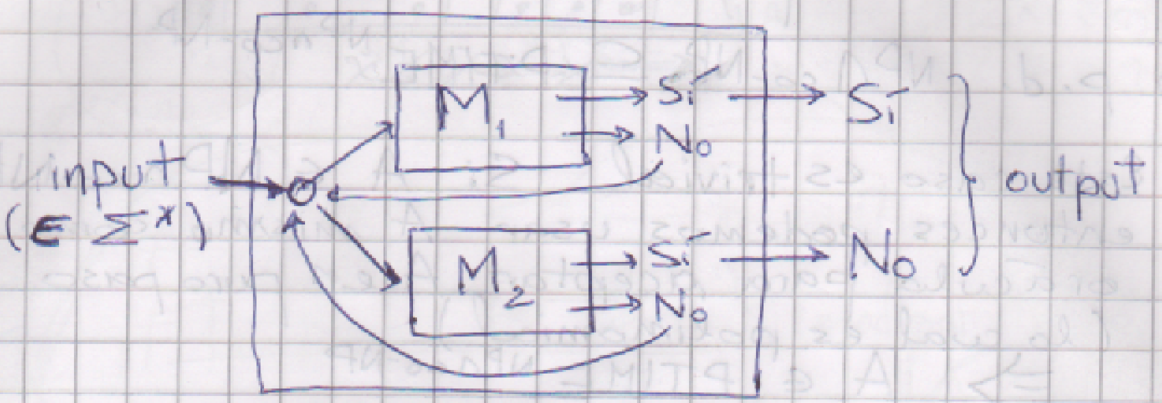
$$L(M_1) = A \quad y \quad L(M_2) = \overline{A}$$

Entonces podemos usar M_1 y M_2 para emular al oráculo de A de la sig. manera:

Notas / Notes:

Fecha / Date:

Subrutina equivalente al oráculo A (SEOA)



Notar que esta subrutina:
- es no determinista
- siempre cuenta con al menos una rama de ejecución que termina (ya sea en Sí o en No).
- cuando termina, la respuesta es siempre la misma que habría dado el oráculo.
- el largo ~~del~~ de la rama de ejecución más corta es de orden polinomial.

Entonces tomamos M^A, y cada vez que se use el oráculo de A, lo reemplazamos por SEOA, con lo cual obtenemos una nueva máquina M'.

Es claro que $L(M') = L$, y como M' es no-determinista y su rama de ejecución más corta es una composición de polinomiales (que sigue siendo polinomial)

$$\Rightarrow \quad L \in NP \; \blacksquare$$

Análogamente, uno puede definir M'' ~~que~~ como M' con los estados de aceptación y rechazo invertidos. Entonces $L(M'') = \overline{L}$

$$\Rightarrow \overline{L} \in NP \Rightarrow L \in co\text{-}NP$$

Notas / Notes: $\therefore \; L \in NP \cap co\text{-}NP \; \blacksquare$

P2| Demuestre que $NP^{NP \cap co\text{-}NP} = NP$

Fecha / Date:

1) p.d. $NP \subseteq NP^{NP \cap co\text{-}NP}$

Este caso es trivial, es como usar el oráculo 0 veces ■

2) p.d. $NP^{NP \cap co\text{-}NP} \subseteq NP$

Sea $L \in NP^{NP \cap co\text{-}NP}$, p.d. $L \in NP$.

Como $L \in NP^{NP \cap co\text{-}NP}$, existe una máquina M^A no-det. que corre en tiempo polinomial con oráculo $A \in NP \cap co\text{-}NP$.

MISMA IDEA: definimos M' como M^A pero donde el oráculo A lo reemplazamos con SEOA

Es claro que $L(M') = L$.
Además, M' es no determinista, y el camino de aceptación más corto es una composición de polinomiales (que sigue siendo polinomial).

$\therefore$ $L \in NP$ ■

Notas / Notes: