PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Tópicos Avanzados en Teoría de la Computación - IIC3810
Lista de Ejercicios 1

1. **[Responsable: Bernardo Barias]** Defina el siguiente lenguaje:

$$\begin{aligned}\text{EQUIV}(+,\cdot) \;=\; \{(r_1, r_2) \mid\ & r_1 \text{ y } r_2 \text{ son expresiones regulares tales que sólo utilizan} \\ & \text{los operadores de unión } + \text{ y concatenación } \cdot,\ \text{y } L(r_1) = L(r_2)\}.\end{aligned}$$

   Demuestre que EQUIV$(+,\cdot)$ es co-NP-completo.

2. **[Responsable: Tamara Cucumides]** De una reducción polinomial de 3-CNF-SAT al problema EVAL definido en clases, vale decir, demuestre que 3-CNF-SAT $\leq_m^p$ EVAL.

3. **[Responsable: Vicente Errazuriz]** Defina DP como la clase de lenguajes L para los cuales existen lenguajes L_1, L_2 en NP tales que $L = L_1 \smallsetminus L_2$. Por ejemplo, en clases fue demostrado que CROM está en DP. En este ejercicio usted debe encontrar un primer problema que sea DP-completo, el cual debe ser construido a partir del problema de satisfacibilidad para lógica proposicional.

4. **[Responsable: Matías Eynaudi]** Recuerde que un grafo $G = (N, A)$ es un clique de tamaño k si $|N| = k$ y para cada $a, b \in N$ tal que $a \neq b$, se tiene que $(a, b) \in A$. Además, decimos que un grafo G tiene un clique de tamaño k si existe un subgrafo G' de G tal que G' es un clique de tamaño k. Definimos entonces:

$$\text{clique-number}(G) \quad = \quad \text{máx}\{k \mid G \text{ tiene un clique de tamaño } k\},$$

   y usamos este número para definir el siguiente problema:

$$\text{exact-CLIQUE} \quad = \quad \{(G, k) \mid \text{clique-number}(G) = k\}.$$

   Demuestre que exact-CLIQUE es DP-completo.

5. **[Responsable: Pablo Messina]** Demuestre las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}\text{PTIME}^{\text{NP}\cap\text{co-NP}} &= \text{NP} \cap \text{co-NP} \\ \text{NP}^{\text{NP}\cap\text{co-NP}} &= \text{NP}\end{aligned}$$

6. **[Responsable: Pablo Pino]** En clases definimos el problema U como:

$$U \quad = \quad \{(M, w) \mid M \text{ es una MT, } w \in \{0,1\}^* \text{ y } M \text{ se detiene con entrada } w\},$$

   y mostramos que está en la clase RE. Demuestre que U es RE-hard bajo la noción de reducción $\leq_m^p$.