

Comentario final: Una noción de reducción más general

Los problemas en las transparencias anteriores son completos bajo la noción de reducción $\leq_m^P$

- Una propiedad fundamental de esta noción de reducción: si $L_1 \leq_m^P L_2$ y $L_2 \in \text{PTIME}$, entonces $L_1 \in \text{PTIME}$

Podemos generalizar $\leq_m^P$ manteniendo esta propiedad fundamental:

$$L_1 \leq_T^P L_2 \text{ si y sólo si } L_1 \in \text{PTIME}^{L_2}$$

Comentario final: Una noción de reducción más general

$\leq_T^p$ es llamada **reducción de Turing de tiempo polinomial**

Teorema

- ▶ Si $L_1 \leq_m^p L_2$, entonces $L_1 \leq_T^p L_2$
- ▶ Existen lenguajes L_1 y L_2 tales que $L_1 \leq_T^p L_2$ y $L_1 \not\leq_m^p L_2$

Demostración del teorema

La primera parte del teorema es fácil de demostrar, sólo vamos a demostrar la segunda parte.

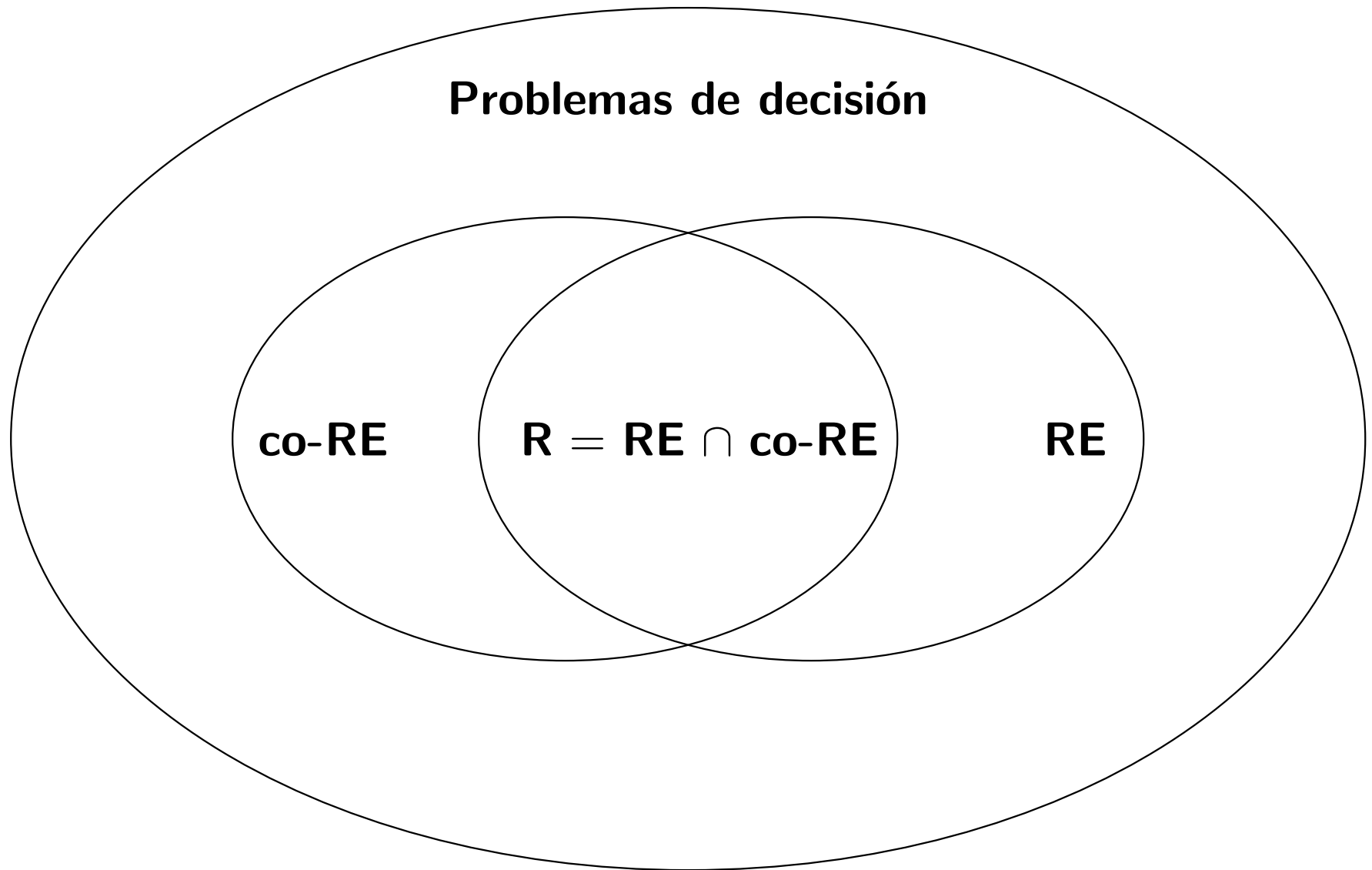
- Vamos a considerar los lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$

Recuerde la definición de las siguientes clases de complejidad:

$$R = \{L \subseteq \{0, 1\}^* \mid L \text{ es un lenguaje decidable}\}$$

$$RE = \{L \subseteq \{0, 1\}^* \mid L \text{ es un lenguaje recursivamente enumerable}\}$$

Las clases R, RE y co-RE



Un lenguaje que separa RE de co-RE

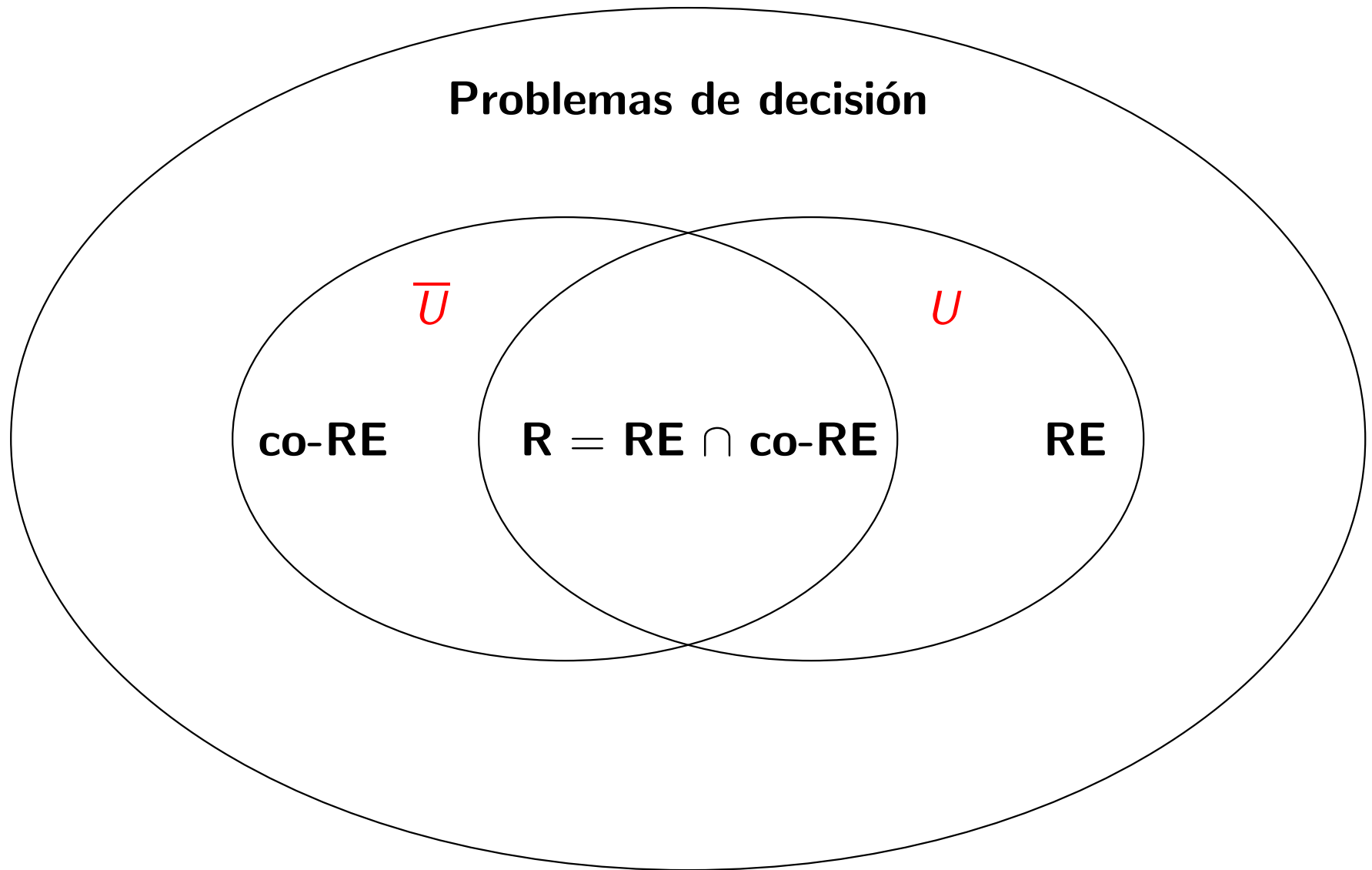
Recuerde la definición del problema de la parada de la máquina de Turing:

$$U = \{(M, w) \mid M \text{ es una MT, } w \in \{0, 1\}^* \text{ y} \\ M \text{ se detiene con entrada } w\}$$

Sabemos que $U \notin R$ y $U \in RE$

- ▶ Concluimos que $U \notin \text{co-RE}$
- ▶ Entonces tenemos que $\overline{U} \in \text{co-RE}$ y $\overline{U} \notin RE$

U y $\overline{U}$ en la figura



Parte final de la demostración

Sabemos que si $L \leq_m^p U$, entonces $L \in \text{RE}$

- ¿Cómo se demuestra esto?

Tenemos entonces que $\overline{U} \not\leq_m^p U$

Esto concluye la demostración puesto que $\overline{U} \leq_T^p U$

- De hecho, para cada lenguaje L se tiene que $\overline{L} \leq_T^p L$

