



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
 ESCUELA DE INGENIERIA
 DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Teoría de Modelos Finitos - IIC3263

Tarea 3

Entrega: martes 9 de junio

1. Demuestre que existe una constante $c \in \mathbb{N}$ tal que para cada vocabulario $\mathcal{L}$ que sólo contiene relaciones de aridad 1 y para cada $\mathcal{L}$ -oración φ , se tiene que $L_\varphi \in \text{DTIME}(n^c)$.
2. Sea $\mathcal{L} = \{L(\cdot, \cdot), R(\cdot), S(\cdot)\}$ y CARD el siguiente lenguaje:

$$\text{CARD} = \{\mathfrak{A} \in \text{STRUCT}[\mathcal{L}] \mid L^\mathfrak{A} \text{ es un orden lineal y } |R^\mathfrak{A}| = |S^\mathfrak{A}|\}.$$

Construya una oración φ en LPO con operador de menor punto fijo tal que $\mathfrak{A} \in \text{CARD}$ si y sólo si $\mathfrak{A} \models \varphi$.

3. En esta pregunta usted va a demostrar que LPO con operador de menor punto fijo está contenida en $\exists\text{LSO}$.

Sea $\mathcal{L}$ un vocabulario, $n \geq 1$, $\{R_1, \dots, R_n\}$ un conjunto de símbolos de relación no mencionados en $\mathcal{L}$, y $\varphi_i(\bar{x}_i, R_1, \dots, R_n)$ ($1 \leq i \leq n$) una fórmula en LPO sobre $(\mathcal{L} \cup \{R_1, \dots, R_n\})$ que es positiva en $R_1, \dots, R_n$ y tal que el número de variables en $\bar{x}_i$ es igual a la aridad de R_i . Además, suponga que $k \in \{1, \dots, n\}$ y ℓ es la aridad de R_k .

En esta pregunta usted debe construir una $\mathcal{L}$ -fórmula $\psi(x_1, \dots, x_\ell)$ en $\exists\text{LSO}$ tal que para toda $\mathcal{L}$ -estructura $\mathfrak{A}$ con dominio A y tupla $(a_1, \dots, a_\ell) \in A^\ell$:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} \models [\text{Ifp}_{\bar{x}_k, R_k}(\varphi_1(\bar{x}_1, R_1, \dots, R_n), \dots, \varphi_n(\bar{x}_n, R_1, \dots, R_n))](a_1, \dots, a_\ell) \\ \text{si y sólo si} \\ \mathfrak{A} \models \psi(a_1, \dots, a_\ell). \end{aligned}$$

4. Demuestre que existe un vocabulario $\mathcal{L}$ y una $\mathcal{L}$ -oración φ en LPO con operador parcial de punto fijo tal que L_φ es PSPACE-hard.