



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Teoría de Modelos Finitos - IIC3263

Tarea 1

Entrega: jueves 16 de abril

1. Sea $\mathcal{L} = \{E(\cdot, \cdot)\}$. Decimos que una $\mathcal{L}$ -estructura $\mathfrak{A} = \langle A, E^{\mathfrak{A}} \rangle$ es una relación de sucesor finita si $A = \{a_1, \dots, a_\ell\}$, con $\ell \geq 2$, y $E^{\mathfrak{A}} = \{(a_i, a_{i+1}) \mid 1 \leq i \leq \ell - 1\}$, y además para $a_i, a_j \in A$ decimos que a_i es un antecesor de a_j en $\mathfrak{A}$ si y sólo si $i < j$. Finalmente, definimos $\mathcal{S}$ como la clase de todas las $\mathcal{L}$ -estructuras que son relaciones de sucesor finitas.

Utilizando juegos de Ehrenfeucht-Fraïssé, demuestre que no es posible construir una $\mathcal{L}$ -fórmula $\varphi(x, y)$ en lógica de primer orden tal que, para todo $\mathfrak{A} \in \mathcal{S}$ con dominio A y para todo $a, b \in A$:

$$\mathfrak{A} \models \varphi(a, b) \quad \text{si y sólo si} \quad a \text{ es un antecesor de } b \text{ en } \mathfrak{A}.$$

2. Sea $\mathcal{L} = \{E(\cdot, \cdot)\}$, y considere la siguiente clase $\mathcal{G}$ de $\mathcal{L}$ -estructuras:

$$\mathcal{G} = \{\mathfrak{A} \in \text{STRUCT}[\mathcal{L}] \mid \mathfrak{A} \text{ representa un grafo no dirigido}\}.$$

Además, considere la siguiente propiedad $\mathcal{P}$ sobre $\mathcal{G}$:

$$\mathcal{P} = \{\mathfrak{A} \in \mathcal{G} \mid \mathfrak{A} \text{ no contiene ciclos}\}.$$

Utilizando juegos de Ehrenfeucht-Fraïssé, demuestre que $\mathcal{P}$ no es expresable en lógica de primer orden en $\mathcal{G}$.