



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Teoría de Modelos Finitos - IIC3263
Programa de Curso
1^{er} semestre 2015

Horario cátedra : Martes y Jueves, módulo 2, sala Javier Pinto
Profesor : Marcelo Arenas (marenas@ing.puc.cl)
URL : <http://web.ing.puc.cl/~marenas/iic3263-15>

Objetivo

La lógica matemática ha sido descrita como el “cálculo de la computación”. Sin embargo, algunos de los resultados fundamentales sobre esta lógica no pueden ser usados en computación porque fueron desarrollados para modelos infinitos, como los números naturales o reales. Para resolver estos problemas, durante los últimos 30 años se ha desarrollado la teoría de modelos finitos para la lógica matemática, la cual ha encontrado un gran número de aplicaciones en distintas áreas de ciencia de la computación.

El objetivo de este curso es introducir al alumno a la teoría de modelos finitos y sus aplicaciones en ciencia de la computación. Se da especial énfasis a las aplicaciones en bases de datos, complejidad computacional y verificación formal de la corrección de programas computacionales.

Metodología

El curso se basa en clases expositivas de 80 mins. cada una. Se realizará un promedio de 2 clases semanales.

Evaluación

Se realizará a lo menos tres tareas individuales. La nota final será el promedio de esta tareas.

Contenido

1. Repaso de lógica de primer orden. Expresividad y falla de las técnicas clásicas para modelos infinitos en el caso de los modelos finitos.

2. Motivación: Aplicaciones de teoría de modelos finitos en distintas áreas de ciencia de la computación tales como bases de datos, teoría de autómatas y complejidad computacional.
3. Caracterización de la expresividad de la lógica de primer orden en términos de los juegos de Ehrenfeucht-Fraïssé. Nociones de localidad en lógica de primer orden.
4. Estructuras ordenadas y no ordenadas: Teoremas de Gurevich y Grohe-Schwentick.
5. Introducción a las nociones de complejidad de los datos y complejidad de las expresiones. Complejidad de la lógica de primer orden.
6. Extensiones de la lógica de primer orden. Nociones de localidad y las lógicas con poder de contar. Lógica de segundo orden monádica y su conexión con los lenguajes regulares.
7. Codificación lógica de las Máquinas de Turing. Teorema de Trakhtenbrot y la falla de completitud en los modelos finitos. Teorema de Fagin y la caracterización de NP en términos de lógica de segundo orden.
8. Caracterización de clases de complejidad en términos lógicos. Teorema de Immerman-Vardi y la caracterización de PTIME en términos de lógicas con operadores de punto fijo. Caracterización de LOGSPACE y PSPACE.
9. Lógicas con un número fijo de variables. Caracterización de estas lógicas en términos de juegos de Ehrenfeucht-Fraïssé con un número fijo de guijarros (pebble games).
10. Leyes 0-1 para la lógica de primer orden y las lógicas con un número fijo de variables.
11. Nuevas direcciones: Aplicaciones a la verificación de corrección de programas computacionales y problemas de satisfacción de restricciones.

Bibliografía

1. L. Libkin. *Elements of Finite Model Theory*. Springer, 1^{ra} edición, 2004.
2. H-D. Ebbinghaus y J. Flum. *Finite Model Theory*. Springer, 2^{da} edición, 2005.
3. E. Grädel, P. G. Kolaitis, L. Libkin, M. Marx, J. Spencer, M. Y. Vardi, Y. Venema y S. Weinstein. *Finite Model Theory and Its Applications*. Springer, 1^{ra} edición, 2007.
4. H. B. Enderton. *A Mathematical Introduction to Logic*. Academic Press, 2^{da} edición, 2000.