



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Diseño y Análisis de Algoritmos - IIC2283
Tarea 1
Entrega: 17 de septiembre (hasta las 11:59pm)

La solución de cada problema debe ser un programa en Python 3. Estos programas deben ser subidos a su repositorio de git que fue creado para este propósito. Sus archivos deben llamarse `p1.py` y `p2.py` para las preguntas 1 y 2 respectivamente, y estar en la carpeta `T1` de su repositorio. Cualquier pregunta de la tarea hágala en el foro de github del repositorio del curso. Si quiere usar alguna librería en sus soluciones debe preguntar en el foro si esta librería está permitida. El foro es el canal de comunicación oficial para todas las tareas. Cualquier aspecto de su tarea que no siga las indicaciones resultará en una evaluación incómoda y posiblemente haya que recorregirla.

Problema 1

Considere un string $s = s_1s_2 \cdots s_n$ donde cada caracter s_i es un número de 0 a 9. Un substring s' de s se define a partir de un par de números i, j que cumplen $i \leq j$ de tal manera que $s' = s[i, j] = s_i s_{i+1} \cdots s_j$. Por ejemplo, son substrings de $s = 909$ los strings 9, 0, 90, 09 y 909, y 9 se obtiene a partir de dos rangos distintos $[1, 1]$ y $[3, 3]$.

Considere el conjunto $C_k(s) = \{(i, j) \mid 1 \leq i \leq j \leq n \text{ y } s[i, j] \text{ es un número divisible por } k\}$. Para efectos de esta pregunta, un número puede comenzar con ceros a la izquierda. En esta pregunta usted debe recibir un string s y calcular $|C_3(s)|$.

Formato

El input consistirá de una línea con el string $s = s_1s_2 \cdots s_n$

Su output debe ser una sola línea con el valor $|C_3(s)|$

Límites

$1 \leq n \leq 10^5$ (nótese que n corresponde al largo del string de entrada s)

Tiempo de ejecución

5 segundos

Complejidad esperada

$O(n)$.

Ejemplos

Input 1

36

Output 1

3

Input 2

21008

Output 2

7

Explicación: los substrings de 21008 que representan números divisibles por 3 son 21, 210, 2100, 1008, 0 (en el rango $[3,3]$), 00 y 0 (en el rango $[4,4]$).

Hint

Una solución ingenua sería tomar todos los substrings posibles y ver uno a uno si son divisibles por 3. Esto tiene una complejidad $O(n^3)$ porque revisar cada número toma tiempo lineal. Piense cómo bajar esta complejidad a $O(n^2)$ y luego cómo usar una tabla de tamaño $c \times n$ para calcular el valor pedido en tiempo $O(n)$ con programación dinámica, donde c es una constante pequeña.

Problema 2

Como parte de un plan de tecnologización de zonas rurales, usted ha sido contratado por el ministerio de obras públicas para llevar a cabo la instalación de estaciones de puntos de acceso que permitirán proveer de internet a una serie de pueblos. En concreto, se trata de N pueblos dispuestos uno al lado de otro en línea recta a lo largo de una gran carretera interurbana. Los pueblos están enumerados consecutivamente de 1 a N , son todos de igual tamaño y para fines prácticos considere que su ancho es unitario. Para proveer de internet a las múltiples familias, usted debe decidir la cantidad y ubicación de las estaciones de punto de acceso a instalar y qué casas estarán conectadas a qué estaciones. Esto involucra dos tipos de costos. Por un lado, el costo de instalar una estación es B . Por otro lado, cada estación debe ser instalada junto a un pueblo, y si una casa perteneciente al pueblo i se conecta a una estación instalada junto al pueblo j , el costo del cableado para establecer dicha conexión es $|i - j| \times C$, donde C es el costo unitario del cableado. Notar que el costo del cableado al interior de un pueblo es insignificante y para fines de esta modelación se toma como 0.

Usted recibirá como entrada N , B , C y la cantidad de casas que hay en cada pueblo. Como salida, se espera que usted retorne N enteros, indicando el costo óptimo de proveer de internet a todos los pueblos suponiendo que usted instala 1, 2, 3, ..., N estaciones de punto de acceso.

Formato

El input consiste de dos líneas. En la primera línea vienen N , B y C separados por espacios, indicando respectivamente la cantidad de pueblos, el costo de instalar una estación de punto de acceso y el costo unitario del cableado. La segunda línea consiste en N enteros $P_1, P_2, \dots, P_N$ separados por espacios, indicando la cantidad de casas que hay en cada pueblo.

Su output debe ser una sola línea con N enteros separados por espacios, indicando el costo óptimo de proveer de internet a todos los pueblos suponiendo que usted debe instalar 1, 2, ..., N estaciones de punto de acceso.

Límites

$$1 \leq N \leq 5000$$

$$1 \leq B \leq 10^9$$

$$1 \leq C \leq 100$$

$$1 \leq P_i \leq 10^9 \text{ para cada } i \in [1, N]$$

Tiempo de ejecución

5 segundos

Complejidad esperada

$$O(N^2 \log(N))$$

Ejemplos

Input 1

5 7 1

1 5 3 2 4

Output 1

24 20 24 29 35

Input 2

6 9 1

9 11 3 2 7 6

Output 2

70 38 38 41 47 54

Hint

Este problema se puede resolver con una técnica que combina programación dinámica y dividir para conquistar: programación dinámica es la estrategia principal y dividir para conquistar se emplea de manera auxiliar para bajar la complejidad. Hay bastante material en internet para estudiar esta técnica (citar el material consultado dentro del código). En todo caso, para tu tranquilidad, si lo anterior resulta muy difícil, los casos de prueba estarán calibrados de manera que una solución correcta pero con complejidad $O(N^3)$ igualmente tenga una nota mayor o igual a 4.0.