



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Diseño y Análisis de Algoritmos - IIC2283

Interrogación 1

Tiempo: 2 horas

1. [1 punto] Sea $L = \{w \in \{0, 1, \#\}^* \mid w \text{ es un palíndromo}\}$. Demuestre que no existe una Máquina de Turing M tal que M tiene una cinta, el lenguaje aceptado por M es L y M funciona en tiempo lineal (vale decir, $t_M(n) \in O(n)$).

2. [1.5 puntos] Considere la siguiente ecuación de recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ T(n-1) + \log_2(T(n-1)) + n & n \geq 2 \end{cases}$$

En esta pregunta usted debe encontrar una constante $k \in \mathbb{N}$ tal que $T(n) \in \Theta(n^k)$, y debe demostrar que esta propiedad se cumple.

3. [1.5 puntos] Considere la siguiente ecuación de recurrencia:

$$T(n) = \begin{cases} n & n \leq 3 \\ T(\lfloor \frac{n}{3} \rfloor) + T(\lfloor \frac{n}{4} \rfloor) + n & n \geq 4 \end{cases}$$

En esta pregunta usted debe encontrar una función $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $T(n) \in \Theta(f(n))$, y debe demostrar que esta propiedad se cumple.

4. Dado un grafo $G = (N, A)$, decimos que $a \in N$ es un nodo atrayente si para cada $b \in N$ tal que $a \neq b$, se tiene que $(b, a) \in A$ y $(a, b) \notin A$.

Considere el siguiente problema sobre grafos: dado un grafo G , determinar si G tiene un nodo atrayente a , y si es así retornar a . En esta pregunta se debe considerar la clase $\mathcal{C}$ de algoritmos que resuelven este problema suponiendo que el grafo G de entrada es dado a través de su matriz de adyacencia M , y cuya operación básica a contar es el número de accesos a los elementos de M .

- a) [1 punto] Demuestre que en el peor caso, cada algoritmo $\mathcal{A} \in \mathcal{C}$ debe realizar al menos $2 \cdot (n-1)$ accesos a elementos de la matriz M de entrada, donde n es el número de filas y columnas de M .
- b) [1 punto] Construya un algoritmo que resuelva el problema y que en el peor caso sea $O(n)$, donde n es el número de filas y columnas de la matriz M de entrada.