El procedimiento inicial

MemoriaSecundariaMergesort(I)
- $r := 0$
- $k := \lfloor \frac{M}{B} \rfloor$
- *último* $:= 0$
- $pos := 1$
- **LeerArchivo**(I, pos, k, L)
- **while** **Length**(L) > 0 **do**
  - **Quicksort**(L, 1, **Length**(L))
  - **EscribirArchivo**(O, pos, L)
  - $r := r + 1$
  - $pos := pos + k$
  - *último* $:= \lceil \frac{\textbf{Length}(L)}{B} \rceil$
  - **LeerArchivo**(I, pos, k, L)
- intercambiar I con O
- **return** **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, r, k, *último*)

El procedimiento inicial

MemoriaSecundariaMergesort(I)
- $r := 0$
- $k := \lfloor \frac{M}{B} \rfloor$
- *último* $:= 0$
- $pos := 1$
- **LeerArchivo**(I, pos, k, L)
- **while** **Length**(L) > 0 **do**
  - **Quicksort**(L, 1, **Length**(L))
  - **EscribirArchivo**(O, pos, L)
  - $r := r + 1$
  - $pos := pos + k$
  - *último* $:= \lceil \frac{\textbf{Length}(L)}{B} \rceil$
  - **LeerArchivo**(I, pos, k, L)
- intercambiar I con O
- **return** **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, r, k, *último*)

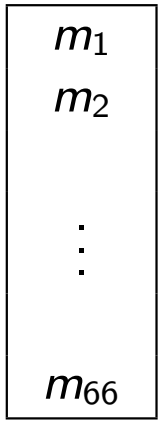
Nota: en este procedimiento I y O son punteros a archivos, y suponemos que el archivo apuntado por I contiene al menos un número entero

El procedimiento inicial: un ejemplo

Supongamos que $N = 66$, $M = 13$ y $B = 4$

- Tenemos que $k = \lfloor \frac{M}{B} \rfloor = 3$

El archivo de entrada I es de la forma:



El procedimiento inicial: un ejemplo

Inicialmente $pos = 1$, por lo que la llamada **LeerArchivo**(I, pos, k, L) deja en L la lista $[m_1, m_2, \ldots, m_{16}]$

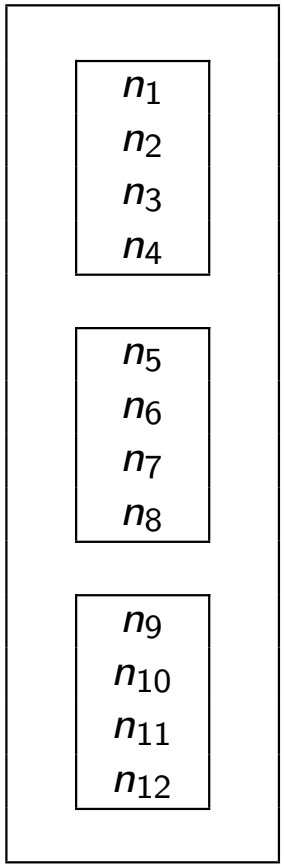
- Esta llamada lee tres bloques con cuatro enteros cada uno

Utilizamos **Quicksort** para ordenar L de menor a mayor.

- Supongamos que el resultado es $[n_1, n_2, \ldots, n_{16}]$, el cual es almacenado en la misma lista L

El procedimiento inicial: un ejemplo

La llamada **EscribirArchivo**(O, *pos*, L) escribe en el archivo O lo siguiente:



En esta figura usamos los rectángulos interiores para mostrar los bloques.

El procedimiento inicial: un ejemplo

Al salir del loop tenemos que $r = 6$ y $\textit{último} = 2$

El procedimiento inicial: un ejemplo

Al salir del loop tenemos que $r = 6$ y $\textit{último} = 2$

- Decimos entonces que tenemos 6 runs
  - Los primeros 5 runs tienen 3 bloques, el último run tiene 2 bloques

El procedimiento inicial: un ejemplo

Al salir del loop tenemos que $r = 6$ y $\textit{último} = 2$

- Decimos entonces que tenemos 6 runs
  - Los primeros 5 runs tienen 3 bloques, el último run tiene 2 bloques
- El archivo O tiene $(r-1) \cdot k + \textit{último} = 5 \cdot 3 + 2 = 17$ bloques

El procedimiento inicial: un ejemplo

Al salir del loop tenemos que $r = 6$ y $\textit{último} = 2$

- Decimos entonces que tenemos 6 runs
  - Los primeros 5 runs tienen 3 bloques, el último run tiene 2 bloques
- El archivo O tiene $(r-1) \cdot k + \textit{último} = 5 \cdot 3 + 2 = 17$ bloques

Finalmente intercambiamos I y O, y realizamos la llamada **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 6, 3, 2)

- I sigue siendo el archivo de entrada y O el archivo de salida

El procedimiento inicial: un ejemplo

Al salir del loop tenemos que $r = 6$ y $\textit{último} = 2$

- Decimos entonces que tenemos 6 runs
  - Los primeros 5 runs tienen 3 bloques, el último run tiene 2 bloques
- El archivo O tiene $(r-1) \cdot k + \textit{último} = 5 \cdot 3 + 2 = 17$ bloques

Finalmente intercambiamos I y O, y realizamos la llamada **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 6, 3, 2)

- I sigue siendo el archivo de entrada y O el archivo de salida

Vamos a definir el procedimiento **MemoriaSecundariaMergesort** que recibe 5 parámetros como entrada

El procedimiento principal

MemoriaSecundariaMergesort(I, O, r, k, *último*)
    if $r = 1$ **then return** I
    else
        $p_1 := 1$
        while $p_1 \leq (r-3) \cdot k + 1$ **do**
            $p_2 := p_1 + k$
            Merge(I, O, p_1, k, p_2, k)
            $p_1 := p_1 + 2 \cdot k$
        $p_2 := p_1 + k$
        if $p_2 \leq (r-1) \cdot k +$ *último* **then**
            Merge(I, O, p_1, k, p_2, *último*)
            último $= k +$ *último*
        else
            LeerArchivo(I, p_1, *último*, L)
            EscribirArchivo(O, p_1, L)
        intercambiar I con O
        return MemoriaSecundariaMergesort(I, O, $\lceil \frac{r}{2} \rceil$, $2 \cdot k$, *último*)

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos que $(r-3) \cdot k + 1 = 3 \cdot 3 + 1 = 10$

Por lo tanto el ciclo **while** realiza las siguientes llamadas:

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos que $(r-3) \cdot k + 1 = 3 \cdot 3 + 1 = 10$

Por lo tanto el ciclo **while** realiza las siguientes llamadas:

- **Merge**(I, O, 1, 3, 4, 3): mezcla los bloques 1, 2, 3 con los bloques 4, 5, 6 del archivo I para dejar 6 bloques de números enteros ordenados (de menor a mayor) en O desde la posición 1

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos que $(r-3) \cdot k + 1 = 3 \cdot 3 + 1 = 10$

Por lo tanto el ciclo **while** realiza las siguientes llamadas:

- **Merge**(I, O, 1, 3, 4, 3): mezcla los bloques 1, 2, 3 con los bloques 4, 5, 6 del archivo I para dejar 6 bloques de números enteros ordenados (de menor a mayor) en O desde la posición 1
- **Merge**(I, O, 7, 3, 10, 3): mezcla los bloques 7, 8, 9 con los bloques 10, 11, 12 del archivo I para dejar 6 bloques de números enteros ordenados en O desde la posición 7

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos que $(r-3) \cdot k + 1 = 3 \cdot 3 + 1 = 10$

Por lo tanto el ciclo **while** realiza las siguientes llamadas:

- **Merge**(I, O, 1, 3, 4, 3): mezcla los bloques 1, 2, 3 con los bloques 4, 5, 6 del archivo I para dejar 6 bloques de números enteros ordenados (de menor a mayor) en O desde la posición 1
- **Merge**(I, O, 7, 3, 10, 3): mezcla los bloques 7, 8, 9 con los bloques 10, 11, 12 del archivo I para dejar 6 bloques de números enteros ordenados en O desde la posición 7
  - Vale decir, los 6 bloques son puestos en O a continuación de los 6 bloques ordenados generados por **Merge**(I, O, 1, 3, 4, 3)

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos que $(r-1) \cdot k + \textit{último} = 5 \cdot 3 + 2 = 17$, por lo que la llamada **Merge**(I, O, 13, 3, 16, 2) es efectuada después del ciclo **while**

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos que $(r-1) \cdot k + \textit{último} = 5 \cdot 3 + 2 = 17$, por lo que la llamada **Merge**(I, O, 13, 3, 16, 2) es efectuada después del ciclo **while**

- Esta llamada mezcla los bloques 13, 14, 15 con los bloques 16, 17 del archivo I para dejar 5 bloques de números enteros ordenados en O desde la posición 13

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos que $(r-1) \cdot k + \mathit{último} = 5 \cdot 3 + 2 = 17$, por lo que la llamada **Merge**(I, O, 13, 3, 16, 2) es efectuada después del ciclo **while**

- Esta llamada mezcla los bloques 13, 14, 15 con los bloques 16, 17 del archivo I para dejar 5 bloques de números enteros ordenados en O desde la posición 13

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 3$, $2 \cdot k = 2 \cdot 3 = 6$ y $\mathit{último} = 3 + 2 = 5$

- Por lo tanto tenemos 3 runs en O, los dos primeros con 6 bloques y el último con 5 bloques

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos que $(r-1) \cdot k + \mathit{último} = 5 \cdot 3 + 2 = 17$, por lo que la llamada **Merge**(I, O, 13, 3, 16, 2) es efectuada después del ciclo **while**

- Esta llamada mezcla los bloques 13, 14, 15 con los bloques 16, 17 del archivo I para dejar 5 bloques de números enteros ordenados en O desde la posición 13

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 3$, $2 \cdot k = 2 \cdot 3 = 6$ y $\mathit{último} = 3 + 2 = 5$

- Por lo tanto tenemos 3 runs en O, los dos primeros con 6 bloques y el último con 5 bloques

Los punteros I y O son intercambiados y se realiza la llamada **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 3, 6, 5)

- I es nuevamente el archivo de entrada, pero ahora contiene 3 runs ordenados

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos ahora que $(r-3)\cdot k+1 = 0\cdot 6+1 = 1$

Por lo tanto el ciclo **while** sólo realiza la siguientes llamada:

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos ahora que $(r-3) \cdot k + 1 = 0 \cdot 6 + 1 = 1$

Por lo tanto el ciclo **while** sólo realiza la siguientes llamada:

- **Merge**(I, O, 1, 6, 7, 6): mezcla los bloques 1, 2, 3, 4, 5, 6 con los bloques 7, 8, 9, 10, 11, 12 del archivo I para dejar 12 bloques de números enteros ordenados en O desde la posición 1

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Después de salir del ciclo **while** tenemos que $p_1 = 13$ y $p_2 = 19$, por lo que $p_2 > (r-1) \cdot k + \mathit{último} = 2 \cdot 6 + 5 = 17$ y las siguientes llamadas son realizadas:

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Después de salir del ciclo **while** tenemos que $p_1 = 13$ y $p_2 = 19$, por lo que $p_2 > (r-1) \cdot k + \textit{último} = 2 \cdot 6 + 5 = 17$ y las siguientes llamadas son realizadas:

- **LeerArchivo**(I, 13, 5, L): deja en la lista L los enteros en los últimos 5 bloques de I, los cuales están ordenados de menor a mayor

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Después de salir del ciclo **while** tenemos que $p_1 = 13$ y $p_2 = 19$, por lo que $p_2 > (r-1) \cdot k + \textit{último} = 2 \cdot 6 + 5 = 17$ y las siguientes llamadas son realizadas:

- **LeerArchivo**(I, 13, 5, L): deja en la lista L los enteros en los últimos 5 bloques de I, los cuales están ordenados de menor a mayor
- **EscribirArchivo**(O, 13, L): deja los 5 bloques almacenados en L en el archivo O desde la posición 13

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Después de salir del ciclo **while** tenemos que $p_1 = 13$ y $p_2 = 19$, por lo que $p_2 > (r-1) \cdot k + \textit{último} = 2 \cdot 6 + 5 = 17$ y las siguientes llamadas son realizadas:

- **LeerArchivo**(I, 13, 5, L): deja en la lista L los enteros en los últimos 5 bloques de I, los cuales están ordenados de menor a mayor
- **EscribirArchivo**(O, 13, L): deja los 5 bloques almacenados en L en el archivo O desde la posición 13
  - Vale decir, deja los 5 bloques a continuación de los 12 bloques generados por **Merge**(I, O, 1, 6, 7, 6)

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 2$, $2 \cdot k = 2 \cdot 6 = 12$ y $\mathit{último} = 5$

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 2$, $2 \cdot k = 2 \cdot 6 = 12$ y $\mathit{último} = 5$

- Por lo tanto tenemos 2 runs en O, el primero con 12 bloques y el segundo con 5 bloques

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 2$, $2 \cdot k = 2 \cdot 6 = 12$ y $\mathit{último} = 5$

- Por lo tanto tenemos 2 runs en O, el primero con 12 bloques y el segundo con 5 bloques

Los punteros I y O son intercambiados y se realiza la llamada **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 2, 12, 5)

- I es nuevamente el archivo de entrada, pero ahora contiene 2 runs ordenados

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos ahora que $(r-3) \cdot k + 1 = -1 \cdot 12 + 1 = -11$

- Por lo tanto no entramos al ciclo **while** y tenemos que $p_1 = 1$ y $p_2 = 13$

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Tenemos ahora que $(r-3) \cdot k + 1 = -1 \cdot 12 + 1 = -11$

- Por lo tanto no entramos al ciclo **while** y tenemos que $p_1 = 1$ y $p_2 = 13$

Dado que $p_2 \leq (r-1) \cdot k + \mathit{último} = 1 \cdot 12 + 2 = 17$ se realiza la siguiente llamada:

- **Merge**(I, O, 1, 12, 13, 5): mezcla los bloques 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 con los bloques 13, 14, 15, 16, 17 del archivo I para dejar 17 bloques de números enteros ordenados en O desde la posición 1

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 1$, $2 \cdot k = 2 \cdot 12 = 24$ y $\mathit{último} = 12 + 5 = 17$

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 1$, $2 \cdot k = 2 \cdot 12 = 24$ y $\textit{último} = 12 + 5 = 17$

- Por lo tanto tenemos 1 run en O con 17 bloques

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 1$, $2 \cdot k = 2 \cdot 12 = 24$ y $\textit{último} = 12 + 5 = 17$

- Por lo tanto tenemos 1 run en O con 17 bloques

Los punteros I y O son intercambiados y se realiza la llamada **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 1, 24, 17)

- I es nuevamente el archivo de entrada, pero ahora contiene 1 run ordenado

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 1$, $2 \cdot k = 2 \cdot 12 = 24$ y $\mathit{último} = 12 + 5 = 17$

- Por lo tanto tenemos 1 run en O con 17 bloques

Los punteros I y O son intercambiados y se realiza la llamada **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 1, 24, 17)

- I es nuevamente el archivo de entrada, pero ahora contiene 1 run ordenado

Como $r = 1$ en la llamada **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 1, 24, 17), el puntero I es retornado

El procedimiento principal: continuación del ejemplo

Finalmente tenemos que $\lceil \frac{r}{2} \rceil = 1$, $2 \cdot k = 2 \cdot 12 = 24$ y $\textit{último} = 12 + 5 = 17$

- Por lo tanto tenemos 1 run en O con 17 bloques

Los punteros I y O son intercambiados y se realiza la llamada **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 1, 24, 17)

- I es nuevamente el archivo de entrada, pero ahora contiene 1 run ordenado

Como $r = 1$ en la llamada **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 1, 24, 17), el puntero I es retornado

- I es el resultado de las llamadas a **MemoriaSecundariaMergesort**, en particular es retornado por **MemoriaSecundariaMergesort**(I, O, 6, 3, 2) y **MemoriaSecundariaMergesort**(I)

El procedimiento para mezclar: valores iniciales

Merge(I, O, pos_1, r_1, pos_2, r_2)

$p := pos_1$

$p_1 := pos_1$

$p_2 := pos_2$

$L_1 :=$ **TransformarLista**(**LeerMemoriaSecundaria**(I, p_1))

$L_2 :=$ **TransformarLista**(**LeerMemoriaSecundaria**(I, p_2))

$L := \emptyset$

$i_1 := 1$

$i_2 := 1$

$j := 1$

Mezclando desde ambos runs

while $p_1 \leq pos_1 + r_1 - 1$ **and** $p_2 \leq pos_2 + r_2 - 1$ **do**
    while $i_1 \leq$ **Length**(L_1) **and** $i_2 \leq$ **Length**(L_2) **and** $j \leq B$ **do**
        if $L_1[i_1] \leq L_2[i_2]$ **then**
            $L[j] := L_1[i_1]$
            $i_1 := i_1 + 1$
        else
            $L[j] := L_2[i_2]$
            $i_2 := i_2 + 1$
        $j := j + 1$
    if $j = B + 1$ **then**
        EscribirMemoriaSecundaria$(O,\ p,$ **TransformarBloque**$(L))$
        $L := \emptyset$
        $j := 1$
        $p := p + 1$

Mezclando desde ambos runs

if $i_1 >$ **Length**(L_1) **then**
    $p_1 := p_1 + 1$
    if $p_1 \leq pos_1 + r_1 - 1$ **then**
        $L_1 :=$ **TransformarLista**(**LeerMemoriaSecundaria**$(I,\ p_1)$)
        $i_1 := 1$
if $i_2 >$ **Length**(L_2) **then**
    $p_2 := p_2 + 1$
    if $p_2 \leq pos_2 + r_2 - 1$ **then**
        $L_2 :=$ **TransformarLista**(**LeerMemoriaSecundaria**$(I,\ p_2)$)
        $i_2 := 1$

Mezclando cuando el primer run está terminado

```
if p_1 > pos_1 + r_1 − 1 then
    while p_2 ≤ pos_2 + r_2 − 1
        while i_2 ≤ Length(L_2) and j ≤ B do
            L[j] := L_2[i_2]
            i_2 := i_2 + 1
            j := j + 1
        if j = B + 1 then
            EscribirMemoriaSecundaria(O, p, TransformarBloque(L))
            L := ∅
            j := 1
            p := p + 1
        if i_2 > Length(L_2) then
            p_2 := p_2 + 1
            if p_2 ≤ pos_2 + r_2 − 1 then
                L_2 := TransformarLista(LeerMemoriaSecundaria(I, p_2))
                i_2 := 1
    if j > 1 then
        EscribirMemoriaSecundaria(O, p,
                TransformarBloque(SubList(L, 1, j − 1)))
```

Mezclando cuando el segundo run está terminado

else
  while $p_1 \leq pos_1 + r_1 - 1$
    while $i_1 \leq$ **Length**(L_1) **and** $j \leq B$ **do**
      $L[j] := L_1[i_1]$
      $i_1 := i_1 + 1$
      $j := j + 1$
    if $j = B + 1$ **then**
      EscribirMemoriaSecundaria$(O,\ p,$ **TransformarBloque**$(L))$
      $L := \emptyset$
      $j := 1$
      $p := p + 1$
    if $i_1 >$ **Length**(L_1) **then**
      $p_1 := p_1 + 1$
      if $p_1 \leq pos_1 + r_1 - 1$ **then**
        $L_1 :=$ **TransformarLista**(**LeerMemoriaSecundaria**$(I,\ p_1)$)
        $i_1 := 1$
  if $j > 1$ **then**
    EscribirMemoriaSecundaria$(O,\ p,$
      TransformarBloque(**SubList**$(L,\ 1,\ j - 1)$))