



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Lógica para Ciencia de la Computación - IIC2213
Interrogación 2

1. [1 punto] Encuentre una reducción de U a H . Demuestre que su reducción es correcta.
2. Sean w_0 y w_1 dos strings distintos sobre el alfabeto $\{0, 1\}$, y sea L el siguiente lenguaje:

$$L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \text{existe una MT } M \text{ tal que } w = C(M), M \text{ acepta } w_0 \text{ y } M \text{ no acepta } w_1\}.$$

Responda las siguientes preguntas.

- (a) [0.5 puntos] Demuestre que U es reducible a L .
 - (b) [0.5 puntos] Demuestre que $\overline{U}$ es reducible a L .
 - (c) [0.5 puntos] Usando (a) y (b), demuestre que L y $\overline{L}$ no son recursivamente enumerables.
3. [1.5 puntos] Decimos que una fórmula proposicional φ es balanceada si el número n de variables proposicionales mencionadas en φ es par, y existe una valuación σ tal que $\sigma(\varphi) = 1$ y

$$|\{p \mid p \text{ es una variable proposicional mencionada en } \varphi \text{ y } \sigma(p) = 1\}| = \frac{n}{2}$$

Por ejemplo, $(p \vee q)$ es una fórmula proposicional balanceada, mientras que $(p \vee q \vee r)$ y $(p \wedge q)$ no lo son. Utilizando esta noción definimos el siguiente lenguaje:

$$\text{BAL} = \{\varphi \mid \varphi \text{ es una fórmula proposicional balanceada}\}.$$

Demuestre que BAL es NP-completo.

4. En esta pregunta considere un conjunto infinito P de variables proposicionales, y suponga que todas las fórmulas de $L(P)$ son construidas utilizando sólo los conectivos $\neg$, $\vee$ y $\wedge$.

Una fórmula φ en $L(P)$ se dice positiva si el conectivo $\neg$ no es mencionado en φ . Dadas dos valuaciones σ_1, σ_2 para P , decimos que σ_1 está contenida en σ_2 , denotado como $\sigma_1 \preceq \sigma_2$, si para cada $p \in P$ tal que $\sigma_1(p) = 1$, se tiene que $\sigma_2(p) = 1$. Además, decimos que una fórmula ψ en $L(P)$ es monótona si para cada par σ_1, σ_2 de valuaciones para P , se tiene que:

$$\text{si } \sigma_1(\psi) = 1 \text{ y } \sigma_1 \preceq \sigma_2, \text{ entonces } \sigma_2(\psi) = 1.$$

Responda las siguiente preguntas.

- (a) [0.4 puntos] Demuestre que si una fórmula α es positiva, entonces α es monótona.
- (b) [0.2 puntos] Encuentre una fórmula β que no sea positiva y sea monótona.

- (c) [0.2 puntos] Encuentre una fórmula γ que no sea monótona.
- (d) [1.2 puntos] Considere el siguiente lenguaje:

$$\text{NO-MON} = \{\varphi \mid \varphi \text{ es una fórmula proposicional no monótona}\}.$$

Demuestre que NO-MON es NP-completo.