



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Lógica para Ciencia de la Computación - IIC2213
Interrogación 1

1. [1.5 puntos] Utilizando resolución demuestre que la siguiente fórmula es una tautología:

$$((p \leftrightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (((p \leftrightarrow r) \rightarrow q) \rightarrow ((p \leftrightarrow r) \rightarrow r)).$$

2. [1.5 puntos] Suponga que **CON** es un conector binario funcionalmente completo (vale decir, $\{\mathbf{CON}\}$ es funcionalmente completo). Demuestre que la tabla de verdad de **CON** debe ser de la siguiente forma:

p	q	$(p \text{ CON } q)$
0	0	1
0	1	u
1	0	v
1	1	0

donde $u \in \{0, 1\}$ y $v \in \{0, 1\}$.

3. [1.5 puntos] Un grafo no-dirigido $G = (N, A)$ es k -coloreable si existe una función $f : N \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ tal que para cada $(a, b) \in A$ se tiene que $f(a) \neq f(b)$. El número cromático de G , denotado como $\chi(G)$, se define como el menor número ℓ tal que G es ℓ -coloreable. Además, un grafo $G' = (N', A')$ es un subgrafo inducido de G si $N' \subseteq N$ y $A' = A \cap (N' \times N')$.

Sea $G = (N, A)$ un grafo no-dirigido tal que $N = \mathbb{N}$. Demuestre que si $\chi(G) = \ell$, entonces existe un subgrafo inducido $G' = (N', A')$ de G tal que N' es finito y $\chi(G') = \ell$.

4. [1.5 puntos] Dado un grafo $G = (N, A)$, una secuencia de nodos $(a_1, \dots, a_n)$ es un *camino en G* si para todo $i \in [1, n-1]$ se tiene que $(a_i, a_{i+1}) \in A$. Decimos que G contiene un *circuito Hamiltoniano* si existe un camino $(a_1, \dots, a_n)$ en G tal que:

- n es el número de nodos de N ,
- $a_i \neq a_j$ para cada $i, j \in \{1, \dots, n\}$ tales que $i \neq j$,
- $(a_n, a_1) \in A$.

Dado un grafo $G = (N, A)$ y un número natural k , decimos que G contiene un k -circuito Hamiltoniano si existe un conjunto $\{e_1, \dots, e_k\} \subseteq (N \times N)$ tal que el grafo $G' = (N, A \cup \{e_1, \dots, e_k\})$ contiene un circuito Hamiltoniano.

Encuentre un algoritmo eficiente que dado un grafo G y un número natural k , construya una fórmula proposicional φ tal que G contiene un k -circuito Hamiltoniano si y sólo si φ es satisfacible.