



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Lógica para Ciencia de la Computación - IIC2213
Examen

1. [1.5 puntos] Suponga que P es un conjunto enumerable de variables proposicionales. Enuncie el teorema de compacidad para $L(P)$, y demuestre este teorema de manera constructiva (sin usar el teorema de completitud).
2. [1.5 puntos] Demuestre el Teorema de Church, vale decir, demuestre que VAL es indecidible.
3. [1.5 puntos] Elija y responda una de las siguientes preguntas.

a) Sea 1-EN-3-SAT el siguiente lenguaje:

1-EN-3-SAT = $\{\varphi \mid \varphi \text{ es una conjunción de cláusulas tal que cada cláusula en } \varphi \text{ contiene exactamente 3 literales y existe una valuación } \sigma \text{ tal que } \sigma \text{ satisface exactamente un literal por cláusula de } \varphi\}$.

Demuestre que 1-EN-3-SAT es NP-hard.

- b) [1.5 puntos] Sea $\mathcal{L} = \{E(\cdot, \cdot)\}$ y $\mathfrak{A}$ una $\mathcal{L}$ -estructura con dominio A finito. En esta pregunta usted debe demostrar que para cada $a \in A$ se cumple que:

a es definible en lógica de primer orden en $\mathfrak{A}$
si y sólo si
para cada isomorfismo f de $\mathfrak{A}$ en $\mathfrak{A}$, se tiene que $f(a) = a$.

4. [1.5 puntos] Sea $\mathcal{L} = \{<\}$, y $\mathfrak{A}$ una $\mathcal{L}$ -estructura con dominio $\mathbb{N}$ y que interpreta el símbolo de relación $<$ como el orden usual en $\mathbb{N}$. Demuestre que $\text{Th}(\mathfrak{A})$ no admite eliminación de cuantificadores.