



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Lógica para Ciencia de la Computación - IIC2213
Interrogación 1

1. [2 puntos] El conectivo lógico XOR (o exclusivo) es definido de la siguiente forma:

p	q	$p \text{ XOR } q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Demuestre que $\{\neg, \text{XOR}\}$ no es funcionalmente completo.

2. [2 puntos] Dado un grafo $G = (N, A)$, una secuencia de nodos $(a_0, \dots, a_n)$ es un *camino en G* si para todo $i \in \{0, \dots, n-1\}$ se tiene que $(a_i, a_{i+1}) \in A$, y $(a_0, \dots, a_n)$ es un camino *simple* en G si $(a_0, \dots, a_n)$ es un camino en G y $a_i \neq a_j$ para cada $i, j \in \{0, \dots, n\}$ tal que $i \neq j$. Adicionalmente, el largo de un camino $(a_0, \dots, a_n)$ se define como n .

Encuentre un algoritmo eficiente que dado un grafo $G = (N, A)$ y dos nodos distintos $u, v \in N$, construya una fórmula proposicional φ tal que φ es satisfacible si y sólo si G contiene un camino simple de largo par que va desde u hasta v (vale decir, contiene un camino $(a_0, \dots, a_n)$ tal que $a_0 = u$, $a_n = v$, $(a_0, \dots, a_n)$ es un camino simple en G y n es par).

Importante: Recuerde que decimos que un algoritmo es eficiente si el número de pasos ejecutado por el algoritmo es m^c cuando la entrada tiene largo m , donde c es una constante.

3. [2 puntos] La siguiente es una tautología generada utilizando el tercer esquema en el sistema de Hilbert:

$$(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow ((\neg p \rightarrow q) \rightarrow p)$$

Utilizando resolución demuestre que esta fórmula es efectivamente una tautología.