



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Lógica para Ciencia de la Computación - IIC2213
Interrogación 2

1. [1.5 puntos] Demuestre que el siguiente lenguaje es indecidible:

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{existen máquinas de Turing } M_1 \text{ y } M_2 \text{ tal que} \\ w = C(M_1)0000C(M_2) \text{ y } (L(M_1) \subseteq L(M_2) \text{ o } L(M_2) \subseteq L(M_1))\}.$$

2. [1.5 puntos] Una máquina de Turing M no determinista y con dos cintas de trabajo es una tupla (Q, A, q_0, δ, F) , donde Q es un conjunto finito de estados, A es un alfabeto tal que $B \notin A$, q_0 es el estado inicial ($q_0 \in Q$), F es un conjunto de estados finales ($F \neq \emptyset$), y δ es una relación tal que:

$$\delta \subseteq Q \times (A \cup \{B\}) \times (A \cup \{B\}) \times Q \times (A \cup \{B\}) \times \{\leftarrow, \rightarrow\} \times (A \cup \{B\}) \times \{\leftarrow, \rightarrow\}.$$

Además, suponemos que $\delta \neq \emptyset$. Inicialmente, M recibe como entrada una palabra $w \in A^*$, la coloca en la primera cinta, coloca la cabeza lectora de esta cinta en la primera posición de w , deja q_0 como el estado de la máquina y deja la cabeza lectora de la segunda cinta en una posición arbitraria. Además, se supone que en todas las celdas de la primera cinta que no están ocupadas por w y en todas las celdas de la segunda cinta se tiene el símbolo B . En cada paso, M primero determina el estado q en que se encuentra, lee el símbolo a_1 en la celda apuntada por la cabeza lectora de la primera cinta y el símbolo a_2 en la celda apuntada por la cabeza lectora de la segunda cinta. Después M determina el conjunto de todas las instrucciones para (q, a_1, a_2) : si este conjunto es vacío, entonces la máquina se detiene, y si no es vacío, entonces escoge una instrucción de este conjunto y la ejecuta. M acepta w si existe una ejecución con entrada w que se detiene en un estado final.

Encuentre un algoritmo polinomial que dado $w \in A^*$, construya una fórmula proposicional φ_w tal que w es aceptado por M si y sólo si φ_w es satisfacible.

3. [1.5 puntos] En esta pregunta se pide al alumno demostrar que la mezcla de algunos de los casos polinomiales para SAT produce problemas difíciles. Más precisamente, demuestre que el siguiente lenguaje es NP-hard:

$$\{\varphi \mid \varphi \text{ es una fórmula satisfacible de la forma } C_1 \wedge C_2 \wedge \dots \wedge C_k, \\ \text{y cada fórmula } C_i \text{ es una cláusula de Horn o es una cláusula con dos literales}\}.$$

4. [1.5 puntos] Sea HALF-CLIQUE el siguiente lenguaje:

$$\{G \mid G = (N, A) \text{ es un grafo con un número par de nodos y que contiene un clique con } \frac{|N|}{2} \text{ nodos}\}.$$

Demuestre que HALF-CLIQUE es NP-completo.

Hint: Recuerde que en clases demostramos que el lenguaje $\text{CLIQUE} = \{(G, k) \mid G \text{ contiene un clique con } k \text{ nodos}\}$ es NP-completo.