



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERIA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

**Lógica para Ciencia de la Computación - IIC2212**  
**Examen**

1. [0.3 puntos] ¿Cuándo un conjunto de conectivos lógicos es funcionalmente completo? De un conjunto de conectivos que sea funcionalmente completo, y otro conjunto de conectivos que no lo sea.
2. [0.1 puntos] Defina la forma normal conjuntiva (CNF) para las fórmulas proposicionales.
3. [0.2 puntos] Defina la noción de consecuencia lógica para la lógica proposicional.
4. [0.2 puntos] Construya un conjunto de fórmulas proposicionales  $\Sigma \cup \{\alpha \vee \beta\}$  tales que  $\Sigma \models \alpha \vee \beta$ ,  $\Sigma \not\models \alpha$  y  $\Sigma \not\models \beta$ .
5. [0.2 puntos] ¿Qué dice el teorema de monotonía para la lógica proposicional?
6. [0.3 puntos] Defina las reglas de resolución y factorización para la lógica proposicional, y luego defina la noción de demostración que incluye estas reglas.
7. [0.2 puntos] ¿Qué dice el teorema de completitud débil para las demostraciones que incluyen las reglas de resolución y factorización?
8. [0.2 puntos] ¿Qué dice el teorema de completitud para las demostraciones que incluyen las reglas de resolución y factorización? Muestre que este teorema no se cumple si sólo se tiene estas reglas.
9. [0.3 puntos] Defina Máquina de Turing determinista.
10. [0.2 puntos] ¿Por qué se cree que la noción de algoritmo corresponde con la noción de Máquina de Turing?
11. [0.2 puntos] ¿Cuándo es decidible un lenguaje  $L$ ?
12. [0.2 puntos] Usando un argumento de *conteo*, demuestre que existen lenguajes que no son decidibles.
13. [0.2 puntos] Defina la complejidad de Kolmogorov de una palabra  $x$ .
14. [0.2 puntos] Defina  $\text{DTIME}(t)$  y  $\text{NTIME}(t)$ .
15. [0.3 puntos] Defina la noción de reducción polinomial.

16. [0.3 puntos] Defina la clase NP, y la noción de NP-completitud.
17. [0.2 puntos] ¿Qué dice el teorema de Cook?
18. [0.3 puntos] De 3 ejemplos de problema NP-completos.
19. [0.2 puntos] De dos restricciones de CNF-SAT que generen problemas que pueden ser resueltos en tiempo polinomial.
20. [0.2 puntos] Defina  $DSPACE(s)$ .
21. [0.2 puntos] De un ejemplo de un problema en NLOGSPACE. Justifique su respuesta.
22. [0.2 puntos] Defina la sintaxis de la lógica de primer orden.
23. [0.2 puntos] ¿Qué dice el teorema de Church?
24. [0.3 puntos] ¿Qué dice el teorema de isomorfismo para la lógica de primer orden?
25. [0.2 puntos] Sea  $\mathfrak{A}$  una estructura con dominio  $A$  y  $S \subseteq A^k$ , con  $k \geq 1$ . ¿Cuándo se dice que  $S$  es definible en  $\mathfrak{A}$  en lógica de primer orden?
26. [0.2 puntos] Usando el teorema de isomorfismo, demuestre que  $+$  no es definible en  $\langle \mathbb{N}, \cdot \rangle$ .
27. [0.2 puntos] Usando el teorema de completitud de Gödel, demuestre el teorema de compacidad para la lógica de primer orden.