



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Lógica para Ciencia de la Computación - IIC2212
Interrogación 2

Problema 1 [1.5 puntos]

Demuestre que el siguiente lenguaje es indecidible:

$$S = \{w \in \{0,1\}^* \mid \text{existen máquinas de Turing } M_1 \text{ y } M_2 \text{ tales que} \\ w = C(M_1)0000C(M_2) \text{ y } L(M_1) \cap L(M_2) \neq \emptyset\}.$$

Problema 2 [1.5 puntos]

Sea Σ un alfabeto. Un autómata determinista $\mathcal{A}$ sobre Σ es una tupla $(Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$, donde Q es un conjunto finito de estados, $q_0 \in Q$ es el estado inicial de $\mathcal{A}$, $F \subseteq Q$ es el conjunto de estados finales de $\mathcal{A}$ y $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ es la función de transición del autómata. Dada una palabra $w = a_1 \cdots a_n$ en Σ^* , la ejecución de $\mathcal{A}$ sobre w se define como una función $\rho : \{0, 1, \dots, n\} \rightarrow Q$ tal que $\rho(0) = q_0$ y $\rho(i+1) = \delta(\rho(i), a_{i+1})$. Además, decimos que $\mathcal{A}$ acepta w si y sólo si $\rho(n) \in F$.

Dado un autómata $\mathcal{A}$ y una palabra w , construya una fórmula proposicional φ tal que $\mathcal{A}$ acepta w si y sólo si φ es satisfacible. Su construcción debe ser eficiente.

Problema 3 [1.5 puntos]

El número cromático $\chi(G)$ de un grafo G se define como el menor número de colores necesarios para colorear G . Defina el lenguaje CROM de la siguiente forma: $\text{CROM} = \{(G, k) \mid \chi(G) = k\}$.

- (a) [1 punto] Demuestre que CROM es NP-hard.
- (b) [0.5 puntos] ¿Está CROM en la clase NP? Justifique su respuesta.

Problema 4 [1.5 puntos]

Dados grafos $G_1 = (N_1, A_1)$ y $G_2 = (N_2, A_2)$, decimos que una función $h : N_1 \rightarrow N_2$ es un homomorfismo de G_1 en G_2 si para cada arco $(a, b) \in A_1$, se tiene que $(h(a), h(b)) \in A_2$. Además, decimos que dos grafos G_1 y G_2 son homomorficamente equivalentes si existe un homomorfismo h_1 de G_1 en G_2 , y existe un homomorfismo h_2 de G_2 en G_1 . Defina el lenguaje EQUIV-HOM de la siguiente forma:

$$\text{EQUIV-HOM} = \{(G_1, G_2) \mid G_1 \text{ y } G_2 \text{ son homomorficamente equivalentes}\}.$$

Demuestre que EQUIV-HOM es NP-completo.