



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Matemáticas Discretas - IIC1253
Interrogación 2

1. [1.5 puntos] Sea C un conjunto fijo de conectivos lógicos. Entonces para cada conjunto P de variables proposicionales, definimos $\sim_P$ como la siguiente relación sobre $L(P)$:

Para cada $\alpha \in L(P)$ y $\beta \in L(P)$, se tiene que $\alpha \sim_P \beta$ si y sólo si existe una fórmula γ tal que γ sólo usa los conectivos en C , $\alpha \equiv \gamma$ y $\beta \equiv \gamma$.

En esta pregunta usted debe demostrar que C es funcionalmente completo si y sólo si para cada conjunto P de variables proposicionales se tiene que $\sim_P$ es una relación de equivalencia.

2. [1.5 puntos] En esta pregunta usted debe encontrar una relación de equivalencia $\sim$ sobre $\mathbb{R}$ tal que $(\mathbb{R}/\sim) \approx \mathbb{N}$. Vale decir, usted debe definir $\sim$, demostrar que es una relación de equivalencia, construir $\mathbb{R}/\sim$ y demostrar que $(\mathbb{R}/\sim) \approx \mathbb{N}$.
3. [1.5 puntos] Sea $\mathbb{M}$ el conjunto de todas las matrices (finitas) con coeficientes en $\mathbb{Z}$. Demuestre que $\mathbb{M}$ es un conjunto enumerable.
4. Sea $\{0, 1\}^\omega$ el conjunto de los strings infinitos de la forma $a_0 a_1 a_2 a_3 \dots$, donde cada a_i ($i \in \mathbb{N}$) es 0 ó 1.
- (a) [0.7 puntos] Suponga que $L_1 = \{s \in \{0, 1\}^\omega \mid s \text{ contiene una cantidad finita de símbolos } 1\}$. Demuestre que L_1 es un conjunto enumerable.
- (b) [0.8 puntos] Suponga que $L_2 = \{s \in \{0, 1\}^\omega \mid s \text{ contiene una cantidad infinita de símbolos } 1\}$. Demuestre que $L_2 \approx 2^{\mathbb{N}}$.