



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACION

Matemáticas Discretas - IIC1253
Interrogación 3

1. [1.5 puntos] Sea n un número natural mayor o igual a 2, y sea $A = \{1, \dots, n\}$. Demuestre que el número de relaciones de equivalencia sobre A es estrictamente menor que el número de órdenes parciales sobre A .
2. Responda las siguientes preguntas.
 - (a) [0.5 puntos] Sean A, B, C, D conjuntos infinitos tales que $A \cap B = \emptyset, C \cap D = \emptyset, A \approx C$ y $B \approx D$. Demuestre que $(A \cup B) \approx (C \cup D)$.
 - (b) [0.5 puntos] Sean A, B, C conjuntos infinitos tales que $A \subseteq B \subseteq C$. Demuestre que si $A \approx C$, entonces $B \approx C$.
 - (c) [1.0 punto] Sean A, B conjuntos infinitos. Demuestre que existen conjuntos C, D tales que $A \approx C, B \approx D$ y $C \cap D = \emptyset$.
 - (d) [1.0 punto] Sean A, B, C, D conjuntos infinitos tales que $A \approx C$ y $B \approx D$. Demuestre que los siguientes conjuntos son equinumerosos:

$$\{f \mid f : A \rightarrow B \text{ es una función total}\} \text{ y } \{g \mid g : C \rightarrow D \text{ es una función total}\}$$

3. Considere el siguiente algoritmo para verificar si un número natural a está en una lista L de números naturales ordenada de menor a mayor:

```
encontrar( $a, L, i, j$ )
  if  $i > j$  then return no
  else if  $j - i \leq 1$  then
    if  $L[i] = a$  then return  $i$ 
    else if  $L[j] = a$  then return  $j$ 
    else return no
  else
     $d = \lceil \frac{j-i}{3} \rceil$ 
    if  $a < L[i + d]$  then return encontrar( $a, L, i, i + d - 1$ )
    else if  $a = L[i + d]$  then return  $i + d$ 
    else if  $a < L[i + 2 \cdot d]$  then return encontrar( $a, L, i + d + 1, i + 2 \cdot d - 1$ )
    else if  $a = L[i + 2 \cdot d]$  then return  $i + 2 \cdot d$ 
    else return encontrar( $a, L, i + 2 \cdot d + 1, j$ )
```

En particular, para verificar si a está en una lista L con n elementos se realiza la llamada **encontrar**($a, L, 1, n$).

- (a) [0.8 puntos] Sea $T(n)$ el número de comparaciones que hace el algoritmo **encontrar** para una lista con n elementos (en el peor caso). Determine una ecuación de recurrencia para T .
- (b) [0.7 puntos] Utilizando un reemplazo de variable encuentre una solución para la ecuación de recurrencia. En particular, use la notación asintótica condicional para indicar cuál es el orden (Θ) del algoritmo.