IIC1253 - Sección 1 - Segundo Semestre 2014
Profesor: Marcelo Arenas
Ayudantes: Matías San Martín (*masanmartin@uc.cl*) - Martín Muñoz (*mmunos@uc.cl*)

Ayudantía 5.

Repaso para la Interrogación 1.

Problema 1. Sea Σ el alfabeto binario. Dado $w \in \Sigma^*$, se define $N_a(w)$ como el número de apariciones de a en w, con $a \in \Sigma$. Demuestre que para todo $x \in \Sigma^*$, existen $y, z \in \Sigma^*$ tales que $x = y \circ z$ y $N_0(y) = N_1(z)$.

Problema 2. Dada una fórmula $\varphi \in L(P)$, la lista de sub-fórmulas de φ se define como la lista de strings ψ tal que: $\psi \in L(P)$ y ψ es un substring de φ.

a) Encuentre todas las subfórmulas de $\varphi = ((p \vee q) \to (p \wedge (\neg r)))$.

b) Defina de manera inductiva la función $\#\textsc{sf}(\varphi)$ que retorna la cantidad de sub-fórmulas de φ.

c) Demuestre que para cada fórmula $\varphi \in L(P)$ se tiene que $\#\textsc{sf}(\varphi) \leq |\varphi|$.

Problema 3. Un literal es una variable proposicional o su negación. Dado $p \in P$, decimos que p es un literal positivo, mientras que $(\neg p)$ es un literal negativo.

Una *cláusula de Horn* es una cláusula que tiene a lo más un literal positivo. Por ejemplo, $(\neg p)$, $(\neg p \vee \neg q)$ y $(p \vee \neg q \vee \neg r \vee \neg s)$ son todas cláusulas de Horn, mientras que $(p \vee q \vee \neg r)$ no lo es, ya que tiene dos literales positivos. Decimos que una fórmula es una fórmula de Horn, si es una conjunción de cláusulas de Horn. Demuestre que existe una fórmula que no es equivalente a ningúna fórmula de Horn.

Problema 4. Encuentre una fórmula $\varphi \in L(P)$ que esté en CNF y sea lógicamente equivalente a la negación de la fórmula:

$$((p \leftrightarrow r) \to (q \to r)) \to (((p \leftrightarrow r) \to q) \to ((p \leftrightarrow r) \to r)).$$

¿Hay alguna valuación σ que haga verdadera a φ? ¿Cuántas? ¿Cómo se podría demostrar esto?

Problema 5. Decimos que dos grafos $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$ son *isomorfos* si existe una biyección $f : V_1 \to V_2$ tal que para todo $a, b \in V_1$ se tiene que $(a, b) \in E_1$ si y solo si $(f(a), f(b)) \in E_2$. Dé un ejemplo de grafos isomorfos.

Encuentre un algoritmo eficiente que dados dos grafos $G_1 = (V_1, E_1)$ y $G_2 = (V_2, E_2)$ construya una fórmula $\varphi \in L(P)$ tal que G_1 es isomorfo a G_2 si y solo si φ es satisfacible. Estime el número de pasos de su algoritmo cuando G_1 tiene n_1 nodos y m_1 arcos y G_2 tiene n_2 y m_2 arcos.